9. Primitives, intégrales, logarithmes et exponentielles

1. Calculer les primitives suivantes (k est un paramètre réel non nul).

1) $\int(\frac{x}{2}+x^2+\frac{x^3}{4})\,\mathrm{d}x$
2) $\int(\frac{x^2-1}{x^2})\,\mathrm{d}x$
3) $\int(x+3)^2x^4\,\mathrm{d}x$
4) $\int(\sqrt{x}+x^2)\,\mathrm{d}x$;
5) $\int\sqrt[3]{x^2}\,\mathrm{d}x$;
6) $\int\sin(kx)\,\mathrm{d}x$;
7) $\int(4x+x^3+2x\sin(x^2))\,\mathrm{d}x$;
8) $\int e^{kt}\mathrm{d}t$.
9) $\int(x^2-3x+2)\,\mathrm{d}x$
10) $\int\sqrt[3]{x^2}+\cos(x)\,\mathrm{d}x$;
11) $\int\cos(3x)\,\mathrm{d}x$;
12) $\int\frac{5}{2x+3}\,\mathrm{d}x$;
13) $\int x\exp(x^2+1)\,\mathrm{d}x$;
14) $\int\frac{\ln(x)^p}{x}\,\mathrm{d}x$;
15) $\int x\sin(x^2)\,\mathrm{d}x$;
16) $\int x\sin(3x)\,\mathrm{d}x$;
17) $\int\cos(x)\sqrt{3+\sin(x)}\,\mathrm{d}x$;
18) $\int x\cos(2x)\,\mathrm{d}x$
19) $\int xe^{2x}\,\mathrm{d}x$
20) $\int x^2e^{2x}\,\mathrm{d}x$;
21) $\int\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\,\mathrm{d}x$
22) $\int\sin^2(x)\cos(x)\,\mathrm{d}x$;
23) $\int\frac{\sin(x)\cos(x)}{1+\cos^2(x)}\,\mathrm{d}x$;
24) $\int x^2\exp(2x^3)\,\mathrm{d}x$;
25) $\int x\ln(x)\,\mathrm{d}x$;
26) $\int x^2\ln(x)\,\mathrm{d}x$;
27) $\int x^2e^{2x}\,\mathrm{d}x$;
28) $\int x^2\cos(2x)\,\mathrm{d}x$;
29) $\int\frac{x}{x^2+1}\,\mathrm{d}x$;
30) $\int\sin^2(x)\,\mathrm{d}x$;
31) $\int\cos^2(x)\,\mathrm{d}x$;
32) $\int\cos^2(x)\sin(x)\,\mathrm{d}x$;
33) $\int\frac{3x^2}{x^3+1}\,\mathrm{d}x$;
34) $\int x^3\exp(x^4)\,\mathrm{d}x$;
35) $\int\frac{e^x}{1+e^{2x}}\,\mathrm{d}x$;
36) $\int\arctan(x)\,\mathrm{d}x$.

Pour bien faire, il faut analyser le domaine de la fonction à primitiver, puis appliquer une méthode de primitivation sur ce domaine, et préciser le domaine sur lequel on a bien une primitive. Ce n'est pas difficile à faire. Enfin, le signe $\simeq$ a été défini au cours. Il indique qu'il y a certainement plusieurs primitives, dont une est donnée. Ce signe remplace donc l'addition d'une (ou de plusieurs) constante(s).

1) $\simeq\frac{x^2}{4}+\frac{x^3}{3}+\frac{x^4}{16}$ sur $\mathbb{R}$
2) $\simeq x+\frac{1}{x}$ sur $\mathbb{R}_0$
3) $\simeq\frac{x^6}{3}+\frac{3x^5}{5}$ sur $\mathbb{R}$
4) $\simeq\frac{2}{3}\sqrt{x^3}+\frac{x^3}{3}\int(\sqrt{x}+x^2)\,\mathrm{d}x$ sur $]0;+\infty[$
5) $\simeq\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5}$ sur $\mathbb{R}_0$;
6) $\simeq-\frac{\cos(kx)}{k}$ sur $\mathbb{R}$;
7) $\simeq 2x^2+\frac{x^4}{4}-\cos(x^2)$;
8) $\simeq\frac{e^{kt}}{k}$.
9) $\simeq\frac{x^3}{3}-\frac{3}{2}x^2+2x$
10) $\simeq\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5}-\sin(x)$;
11) $\simeq\frac{\sin(3x)}{3}$;
12) $\simeq\frac{5}{2}\ln(|2x+3|)$;
13) $\simeq\frac{1}{2}\exp(x^2+1)$;
14) $\simeq\frac{\ln(x)^{p+1}}{p+1}$;
15) $\simeq-\frac{1}{2}\cos(x^2)$;
16) $\simeq\frac{1}{9}\sin(3x)-\frac{1}{3}x\cos(3x)$;
17) $\simeq\frac{2}{3}\sqrt{(3+\sin(x))^3}$;
18) $\simeq\frac{1}{2}x\sin(2x)+\frac{1}{4}\cos(2x)$
19) $\simeq e^{2x}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)$
20) $\simeq\frac{1}{4}e^{2x}\left(2x^2-2x+1\right)$;
21) $\simeq\sqrt{x^2+1}$
22) $\simeq\frac{\sin^3(x)}{3}$;
23) $\simeq-\frac{1}{2}\ln(1+\cos^2(x))$;
24) $\simeq\frac{1}{6}\exp(2x^3)$;
25) $\simeq\frac{1}{2}x^2\ln(x)-\frac{x^2}{4}$;
26) $\simeq\frac{1}{3}x^3\ln(x)-\frac{x^3}{9}$;
27) $\simeq\frac{1}{4}e^{2x}\left(2x^2-2x+1\right)$;
28) $\simeq\frac{1}{4}\left(2x^2-1\right)\sin(2x)+\frac{1}{2}x\cos(2x)$;
29) $\simeq\frac{1}{2}\ln(x^2+1)$;
30) $\simeq\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\sin(2x)$;
31) $\simeq\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\sin(2x)$;
32) $\simeq-\frac{1}{3}\cos^3(x)$;
33) $\simeq\ln(|x^3+1|)$;
34) $\simeq\frac{1}{4}\exp(x^4)$;
35) $\simeq\arctan(e^x)$;
36) $\simeq x\arctan(x)-\frac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)$.

2. Calculer les intégrales suivantes, sachant que toutes les fonctions demandées sont intégrables sur les intervalles correspondants.

1) ♠ $\int_0^2 (e^x + x)\,\mathrm{d}x$
2) $\int_{-1}^1 (x^3 - x^5)\,\mathrm{d}x$
3) $\int_1^e (x + \frac{1}{x})\,\mathrm{d}x$
4) $\int_0^5 (5x - x^2)\,\mathrm{d}x$
5) ♠ $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin(2x)\,\mathrm{d}x$
6) ♠ $\int_2^5 (t+\sqrt{3})(t-\sqrt{3})\,\mathrm{d}t$
7) $\int_1^3 (x - \frac{1}{x})^2\,\mathrm{d}x$
8) $\int_0^3 \frac{1}{1+t}\mathrm{d}t$;
9) $\int_0^a (ax - x^2)\,\mathrm{d}x$;
10) $\int_a^b x^5\,\mathrm{d}x$;
11) ♠ $\int_3^5 \frac{x^2-4}{x-2}\,\mathrm{d}x$;
12) ♠ $\int_0^2 2xe^{x^2}\,\mathrm{d}x$;
13) $\int_0^{\sqrt{\pi}} x\sin(\frac{x^2}{4})\mathrm{d}x$;
14) ♠ $\int_0^2 t^2e^{t^3}\mathrm{d}t$;
15) $\int_0^1 x\sin(\pi x^2)\mathrm{d}x$;
16) $\int_1^2 x^2\ln(x)\,\mathrm{d}x$.

1) $1 + e^2$
2) 0
3) $\frac{1}{2}\left(1+e^2\right)$
4) $\frac{125}{6}$
5) $\frac{1}{4}$
6) 30
7) $\frac{16}{3}$
8) $\ln(4)$;
9) $\frac{a^3}{6}$;
10) $\frac{1}{6}(b^6 - a^6)$;
11) 12 ;
12) $e^4 - 1$;
13) $2 - \sqrt{2}$;
14) $\frac{1}{3}\left(e^8 - 1\right)$;
15) $\frac{1}{\pi}$;
16) $\frac{1}{9}(8\ln(8) - 7)$.

3. Calculer les intégrales suivantes (les fonctions considérées sont intégrables).

1) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x$;
2) ♠ $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|x|}\,\mathrm{d}x$;
3) $\int_0^{+\infty} xe^{-2x}\,\mathrm{d}x$;
4) ♠ $\int_0^{+\infty} xe^{-x^2}\,\mathrm{d}x$;
5) $\int_{\mathbb{R}} x^2e^{-|x|}\,\mathrm{d}x = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2e^{-|x|}\,\mathrm{d}x$;
6) $\int_0^{+\infty} x^3e^{-x^2}\,\mathrm{d}x$;
7) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$;

1) 1 ; 2) 2 ; 3) $\frac{1}{4}$; 4) $\frac{1}{2}$; 5) 4 ; 6) $\frac{1}{2}$; 7) $\frac{\pi}{2}$;

4. Une voiture suivant la vitesse $v(t) = 120+10t$, où v est exprimée en km/h et t en heures. Déterminer la distance parcourue entre les instants $t = 0$ et $t = 1h30$.
On calcule l'intégrale de la vitesse : $\int_0^{1,5} 120 + 10t\mathrm{d}t = 191,25\text{km}$.
5. Même question pour $v(t) = 120 + 5\sin(\pi t)$.
Même réponse : $\int 120 + 5\sin(\pi t)\mathrm{d}t = 180 + \frac{5}{\pi}$;
6. Quel est le volume du solide de révolution engendré par la rotation du graphe de la fonction $f(x) = x$ autour de l'axe des abscisses, pour $x \in [0, H]$.
On applique la formule pour e volume et on calcule donc $\int_0^H \pi x^2\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{3}H^3$.
7. Même question pour $f(x) = x^2$.
La formule donne $\int_0^H \pi x^4\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{5}H^5$.
8. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $\ln(x-6) = 1$;
2) $\log_3(x) + \log_3(5) = \log_3(-3x+16)$;
3) $\ln(x+2) + \ln(x-5) = \ln(30)$;
4) $\log_2 x = \log_x 2$;
5) $2^{3t} = 7$
6) $9^x - 5.3^x + 6 = 0$;
7) $\ln(x^2-7) - \ln(x+1) = \ln(3)$;
8) $2\ln(x-4) = \ln(x) - 2\ln(2)$

1) $S=\{e+6\}$; 3) $S=\{8\}$; 5) $S=\{\frac{1}{3}\log_2(7)\}$ 7) $S=\{5\}$;

2) $S=\{2\}$; 4) $S=\{\frac{1}{2};2\}$; 6) $S=\{\log_3(2);1\}$ 8) $S=\{\frac{33+\sqrt{65}}{8}\}$

9. Prouver la relation $\frac{1}{\log_a x}+\frac{1}{\log_b x}=\frac{1}{\log_{ab} x}$, pour tous $a,b,x>1$.

   On passe par le logarithme népérien, et la relation est équivalente à

$$\frac{1}{\frac{\ln(x)}{\ln(a)}}+\frac{1}{\frac{\ln(x)}{\ln(b)}}=\frac{1}{\frac{\ln(x)}{\ln(ab)}},$$

   ou encore à

$$\frac{\ln(a)}{\ln(x)}+\frac{\ln(b)}{\ln(x)}=\frac{\ln(ab)}{\ln(x)}.$$

10. Démontrer la formule de changement de base $\log_b(x)=\log_a(x)\log_b(a)$.
    On rocède de la même façon : la relation à démontrer est équivalente à

$$\frac{\ln(x)}{\ln(b)}=\frac{\ln(x)}{\ln(a)}\frac{\ln(a)}{\ln(b)}.$$

11. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations

    1) $16^x-7.4^x=8$. 2) $3^{x+2}+9^{x+1}=810$.

    1) $S=\{\log_4(8)\}=\{\frac{3}{2}\}$ 2) $S=\{2\}$.

12. Calculer les limites suivantes

    1) $\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin 7x}{5x}$; 4) $\lim_{x\to 0^+} x^x$;

    2) $\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{x}$; 5) $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\ln(1+x^2)$;

    3) $\lim\limits_{x\to a}\frac{x\ln a-a\ln x}{x-a}$ $(a>0)$; 6) $\lim_{x\to 0}(1+x^2)^{\frac{1}{x}}$.

    1) $\frac{7}{5}$ 2) 0 3) $\ln(a)-1$ 4) 1 5) 0 6) 1

13. Sachant que $e^x>1$ pour tout $x>0$. Démontrer l'inégalité $e^x>1+x\quad\forall x>0$.
    La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=e^x-(1+x)$ s'annule en $x=0$, et sa dérivée est donnée par $f'(x)=e^x-1$. Elle est donc strictement positive et la fonction f est donc strictement croissante. Donc $f(x)>0$, pour tout $x>0$.

    On peut auss considérer le développement à l'ordre 0 de Mac-Laurin/Taylor de e^x, limité. Pour tout $x>0$, il existe $u\in]0;x[$ tel que

$$e^x=1+xe^u.$$

    Puisque $e^u>1$ et $x>0$, $xe^u>x$.

14. Déterminer le développement de Mac-Laurin à l'ordre n de la fonction $x\mapsto e^x$.
    La fonction exponentielle est égalle à toutes ses dérivées, et vaut 1 en $x=0$. La formule donne alors

$$P_n(x)=\sum_{k=0}^{n}\frac{x^k}{k!}=1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}+\cdots+\frac{x^n}{n!}.$$

15. Déterminer le développement de Mac-Laurin à l'ordre 7 (et à l'ordre 8) de la fonction $x \mapsto \sin x$. Que peut-on dire du reste de cette approximation ?
On calcule les dérivées successives de la fonction sinus, et on les évalue en 0. La formule donne alors
$$P_7(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} = P_8(x).$$
Si on considère que c'est le développement à l'ordre 7, le reste s'écrit $R_7(x) = \frac{x^8}{8!}\sin(u)$, pour u compris entre 0 et x. Donc $|R_7(x)| \leqslant \frac{x^8}{8!}$. Si on considère que c'est le développement à l'ordre 8, alors le reste est $R_8(x) = \frac{x^9}{9!}\cos(u)$ et $|R_8(x)| \leqslant \frac{|x|^9}{9!}$.
16. Déterminer le développement de Taylor à l'ordre 5 en $x_0 = 1$ de la fonction $x \mapsto \ln x$.
On applique la formule et on trouve
$$P_5(x) = (x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{3}(x-1)^3 - \frac{1}{4}(x-1)^4 + \frac{1}{5}(x-1)^5$$
17. Déterminer le développement de Taylor à l'ordre 5 en $x_0 = 0$ de la fonction $x \mapsto \ln(1+x)$.
On peut obtenir le développement à partir du précédent, mais nous n'avons pas vu pourquoi au cours. La formule donne
$$P_5(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5}.$$
18. Déterminer les extrema locaux de la fonction $f : x \mapsto x + \ln(x^2 - 1)$ sur son domaine de définition.
Le domaine de cette fonction est $]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$. Sa dérivée est donnée par
$$f'(x) = 1 + \frac{2x}{x^2-1} = \frac{x^2+2x-1}{x^2-1}.$$
La dérivée s'annule en les points $\frac{-2\pm\sqrt{8}}{2}$. Mais celui qui correspond au signe + n'est pas dans le domaine de définition de f. On peut étudier le signe de cette fonction dérivée pour préciser la nature de ce point stationnaire. On peut aussi utiliser la valeur de f'' en ce point. Elle vaut
$$\frac{2(\frac{-2-\sqrt{8}}{2}+1)}{(\frac{-2-\sqrt{8}}{2})^2 - 1} = \frac{-\sqrt{8}}{2+\sqrt{8}}.$$
Cette valeur est négative, donc la fonction admet un maximum en ce point.
19. Déterminer les extrema locaux de la fonction $f : x \mapsto \frac{e^x}{x}$ sur son domaine de définition.
La fonction f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}_0$. Sa dérivée est donnée par
$$f'(x) = e^x \frac{x-1}{x^2}.$$
On peut étudier le signe de cette fonction, et on voit qu'elle est positive pour $x > 1$ et négative pour $x < 1$. Donc la fonction admet un minimum en $x = 1$. Si on veut utiliser le critère de la dérivée seconde, on calcule sa valeur en $x = 1$, et on trouve $f''(1) = e$. Vu que cette valeur est positive, on a bien un minimum (local).
20. Déterminer l'équation de la parabole osculatrice au graphe de la fonction $f : x \mapsto \frac{e^x}{x}$ au point d'abscisse 1.
On utilise les calculs de la question précédente. La parabole a pour équation $y = e(1 + \frac{x^2}{2})$.

21. Estimation l'erreur commise en remplaçant la fonction sin par son développement de Mac-Laurin à l'ordre 3. Faire de même pour le développement à l'ordre 4.
Les développements à l'ordre 3 et à l'ordre 4 sont identiques :

$$P_3(x) = x - \frac{x^3}{6} = P_4(x).$$

Si on considère que c'est le développement à l'ordre 3, le reste s'écrit $R_3(x) = \frac{x^4}{24}\sin(u)$, pour u compris entre 0 et x. Donc $|R_3(x)| \leqslant \frac{x^4}{24}$. Si on considère que c'est le développement à l'ordre 4, alors le reste est $R_4(x) = \frac{x^5}{120}\cos(u)$ et $|R_4(x)| \leqslant \frac{|x|^5}{120}$.

22. Etudier la concavité de la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{x-2}{\sqrt{x+2}}$.
Cette fonction est définie sur $]-2;+\infty[$. Sur ce domaine, elle est 2 fois continûment dérivable et sa dérivée seconde vaut

$$-\frac{(14+x)}{4\sqrt{(2+x)^5}}.$$

Cette expression est donc toujours négative sur le domaine considéré et la fonction est concave.

23. Que vaut $\int_0^{\sqrt{\pi}} x\sin(\frac{x^2}{4})\mathrm{d}x$?

1) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ 2) $\frac{\sqrt{2}-2}{2}$ 3) ♡ $2-\sqrt{2}$ 4) $\sqrt{2}-2$

24. Que vaut $\int_0^3 (x^2-2x+2)\mathrm{d}x$? 6

25. Que vaut l'intégrale $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \cos(2x)\mathrm{d}x$?

1) ♡ $\frac{\sqrt{3}-2}{4}$ 2) $\frac{\sqrt{3}-2}{2}$ 3) $\frac{\sqrt{3}+2}{2}$ 4) $\sqrt{3}-2$

26. Que vaut $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^3+2}}\mathrm{d}x$?

1) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ 2) $-\frac{2}{3}\sqrt{3}$ 3) ♡ $\frac{2}{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ 4) $\frac{3}{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

27. Que vaut l'intégrale $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \cos(2x)\mathrm{d}x$?

Voir ci-dessus.

1) $\frac{\sqrt{3}-2}{4}$ 2) $\frac{\sqrt{3}-2}{2}$ 3) $\frac{\sqrt{3}+2}{2}$ 4) $\sqrt{3}-2$

28. On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = \log_{\frac{1}{e}}(x^2)$. Que vaut $f'(2)$? -1

29. Que vaut la primitive $\int \frac{x}{1+x^2}\mathrm{d}x$, sur $\mathbb{R}$, et à une constante additive près ?

1) ♡ $\ln(\sqrt{1+x^2})$ 2) $\ln(1+x^2)$ 3) $x\,\mathrm{arctg}(x)$ 4) $2\ln(1+x^2)$

30. Parmi les expressions suivantes, laquelle est toujours égale à $\log_{\frac{1}{a}} x^n$, pour tous $a > 1, n \in \mathbb{N}$ et $x > 0$?

1) ♡ $-n\log_a x$ 2) $\frac{1}{n}\log_a x$ 3) $-\frac{1}{n}\log_a x$ 4) $n\log_a x$

31. Pour tous $a, b, c > 0$, on a $\log_{ac}(ab) = \log_c b$ (les expressions sont supposées définies)

1) Vrai
2) ♡ Faux

32. Pour tous $a, b > 0$, on a $\log_a(ab) = 1 + \log_a b$ (les expressions sont supposées définies)

1) ♡ Vrai
2) Faux

33. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $4^x - 6 + 8.4^{-x} = 0$. Que vaut la somme des solutions, exprimée sous forme décimale ? 1,5

34. On considère l'équation $\ln(x) = \ln(2x+3) - \ln(x+4)$, où l'inconnue x est réelle. Déterminer l'unique proposition correcte parmi celles qui suivent.

1) Elle admet deux solutions dont le produit vaut -3
2) Elle admet deux solutions, dont le produit vaut 3
3) Elle admet une seule solution, comprise entre -5 et -1
4) ♡ Elle admet une seule solution, comprise entre 0 et 5

35. L'équation $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = -\frac{27}{8}$, où l'inconnue x est réelle

1) admet une seule solution, qui est positive
2) admet une seule solution, qui est positive
3) admet deux solutions
4) ♡ n'admet pas de solution

36. Parmi les expressions suivantes, laquelle est égale à $\log_{\frac{1}{a}}(\frac{1}{b})$, quels que soient les nombres réels a, b strictement positifs tels que $a \neq 1$?

1) $\log_b(a)$
2) $-\log_a(b)$
3) $\log_a(\frac{1}{b})$
4) ♡ $\log_a(b)$

37. Parmi les expressions suivantes, laquelle est égale à $\log_{a^n}(x)$ quel que soient les nombres a et x strictement positifs et n un nombre naturel non nul.

1) $\log_a(x^n)$;
2) $\log_a(nx)$;
3) ♡ $\frac{1}{n}\log_a(x)$;
4) $n\log_a(x)$.

38. Résoudre l' équation $\ln(x+4) + \ln(x-1) = \ln(6)$. $S = \{2\}$.

39. On considère l'équation $\ln(2x+3) + \ln(x+4) = \ln(18)$, où l'inconnue x est réelle. Cette équation

1) ♡ admet une solution, qui appartient à l'intervalle $]0, 3[$
2) admet deux solutions dont le produit vaut -3
3) n'admet pas de solution
4) admet une solution, qui appartient à l'intervalle $]-5, 0[$

40. Parmi les propositions suivantes, laquelle est égale à $\log_c(a)/\log_c(b)$, quels que soient les nombres $a, b, c > 1$.

1) $\log_a(b)$
2) ♡ $\log_b(a)$
3) $\frac{\ln(a)\ln(b)}{\ln(c)^2}$
4) $\log_c(\frac{a}{b})$

41. Quelle est la solution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $3^{x+2} + 9^{x+1} = 810$. Voir Exercice 11.

42. Que vaut la primitive $\displaystyle\int \ln(x)\mathrm{d}x$, à une constante près, et sur $]0, +\infty[$?

1) $-x+\ln(x)$ 2) $x-x\ln(x)$ 3) $\heartsuit$ $-x+x\ln(x)$ 4) $x-\ln(x)$

43. Que vaut $\int_0^2 t^2 e^{t^3}\,\mathrm{d}t$? Voir Exercice 2.14.

1) $\heartsuit$ $\frac{e^8-1}{3}$ 2) $\frac{e^8-1}{3}+C,\ C\in\mathbb{R}$ 3) $\frac{8e^8}{3}$ 4) $52e^8$