

Premier bachelier en Physique
Géométrie
Année académique 2014-2015
Matière de l'examen oral

Lors de l'examen oral, vous tirerez au hasard une carte indiquant deux questions parmi celles qui sont énoncées ci-après. Ces questions sont rédigées afin de limiter l'effet de surprise à l'examen. Vous devrez également éventuellement répondre à des sous-questions qui, tout en restant dans la matière définie ici, permettront d'évaluer votre connaissance profonde de la matière. Il va de soi que si vous avez tous la même probabilité de choisir une carte donnée contenant deux questions, les questions ne sont pas écrites au hasard sur les cartes. Il est donc utile de les étudier toutes.

Il faut structurer vos réponses, de manière à ce qu'elles racontent une histoire, un bout du cours. De quoi parle-t-on ? Quel est le cadre général ? Quelles sont les propriétés ? sont des questions naturelles. Sauf mention explicite du contraire, *les preuves font partie de la matière*. Pour ces dernières, il faut également les structurer et se poser les questions suivantes : quelle est l'idée maîtresse, quelle est le résumé de la preuve, quelles techniques utilise-t-on ? ...

Essayez également de voir les liens entre les différentes questions.

P. Mathonet

1. (Sans démonstrations) Espaces vectoriels : définitions, un ou deux exemples, combinaisons linéaires. Sous-espaces vectoriels : définition, un ou deux exemples, intersection, enveloppe linéaire, somme et somme directe ;
2. (Sans démonstrations) Parties génératrices et familles libres, critère de dépendance et d'indépendance linéaires. Bases : définition et propriétés, dimension d'un espace vectoriel et d'un sous-espace vectoriel. Composantes : définition et propriétés, changement de base ;
3. (Sans démonstrations) Equations vectorielles et paramétriques vectorielles d'un sous-espace vectoriel. Equations cartésiennes de sous-espaces vectoriels, lien avec le rang (méthode générale), dimension et rang du système d'équations. Equations de droites et plans vectoriels en dimension deux et trois, faisceaux de plans ;
4. Espaces affines : définitions, premières propriétés et relation de Chasles ;
5. Combinaisons affines : définition de $\lambda_1 P_1 + \dots + \lambda_n P_n$ dans les deux cas possibles et leurs justifications, segment et milieu ;
6. Règles de calcul pour les combinaisons, deux théorèmes sur le barycentre : caractérisation et calcul par associativité ;
7. Variétés affines : définition, exemple fondamental, et caractérisation (existence et unicité du sous-espace vectoriel directeur), les définitions suivantes et le cas des droites et hyperplans ;
8. Intersection et parallélisme de variétés affines, définitions et propriétés générales (généralisation du postulat d'euclide) ;
9. Intersection et parallélisme de variétés affines, définitions et positions relatives de droites et plans en dimension 2 et 3 ;
10. Repères et coordonnées : définition. Coordonnées de combinaisons et changement de repère ;
11. Equations cartésiennes de variétés affines : cadre général, équations paramétriques et cartésiennes, cas des droites et hyperplans ;
12. Equations cartésiennes de droites en dimension 2, condition de parallélisme, faisceaux de droites ;
13. Equations cartésiennes de droites en dimension 3 et positions relatives de deux droites ;
14. Espaces vectoriels euclidiens : définitions, exemples, longueurs de vecteurs, inégalité de Minkowski ;
15. Inégalité de Cauchy-Schwarz et angle non orienté de vecteurs ;
16. Vecteurs orthogonaux, bases orthonormées, et expression du produit scalaire dans une telle base ;
17. Orientation d'un espace vectoriel et produit mixte en dimension 3 (définition et propriétés) ;
18. Produit vectoriel : définition et propriétés, formules du double produit vectoriel (sans démonstration pour ces formules) ;

19. Orientation d'un espace vectoriel, angle orienté dans un espace vectoriel euclidien orienté de dimension 2 (y compris le calcul de cet angle) ;
20. Complément orthogonal : définition et propriétés. Projection orthogonale, définition, cas d'une droite et d'un hyperplan ;
21. Distance dans un espace affine euclidien, propriétés, repères orthonormés, théorème de Pythagore et généralisations ;
22. Variétés affines orthogonales : définition. Projection orthogonale d'un point sur une variété affine : définition, cas d'une droite et d'un hyperplan ;
23. Distance de deux ensembles, distances de variétés affines, théorème principal et cas d'un point et d'une variété affine.
24. Distance d'un point à une droite, distance d'un point à un hyperplan, distance de deux droites gauches en dimension 3.
25. Paramétrage d'un arc régulier de courbe : définition, exemples, paramétrages équivalents, orientation ;
26. Tangente en un point d'un arc régulier de courbe, définition et indépendance du paramétrage ;
27. Longueur d'arc et abscisse curviligne, définition et calcul, paramétrage naturel ;
28. Définition du trièdre de Frenet dans un paramétrage naturel, formules de Frenet dans un tel paramétrage ;
29. Calcul du trièdre de Frenet dans un paramétrage quelconque ;