

# Remédiation en mathématiques

## Examen

le 22 mai 2015

Nom :

Prénom :

Matricule :

Questionnaire A :

■	□	□	□	□	□	□	■
---	---	---	---	---	---	---	---

1. Parmi les égalités suivantes, quelle est celle qui est vraie quels que soient les ensembles  $A$ ,  $B$  et  $C$  ?

- 1)  $C \setminus (A \cup B) = (C \setminus A) \cup B$
- 2)  $C \setminus (A \cup B) = (C \setminus A) \setminus B$
- 3)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$
- 4)  $C \setminus (A \cup B) = (C \setminus A) \cup (C \setminus B)$

2. Que vaut  $-81^{-\frac{1}{4}}$  ?

- 1)  $-3$
- 2)  $-\frac{1}{3}$
- 3)  $\frac{1}{3}$
- 4)  $3$

3. Que vaut  $\sin(\frac{7\pi}{2} + x)$ , pour tout nombre réel  $x$  ?

- 1)  $-\cos(x)$
- 2)  $-\sin(x)$
- 3)  $\cos(x)$
- 4)  $\sin(x)$

4. Parmi les expressions suivantes, supposées définies, laquelle est égale à

$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - x - 2} - \frac{x^2 + 2x + 1}{(x + 1)^2} ?$$

- 1)  $-\frac{5}{x+1}$
- 2)  $-\frac{3}{x+1}$
- 3)  $\frac{2x-3}{x+1}$
- 4) Aucune des expressions précédentes.

5. Que vaut l'expression  $\frac{(6 \cdot 10^2)^4 10^{-4}}{0,36 \cdot 10^6}$

- 1)  $\frac{1}{36}$
- 2)  $\frac{1}{6}$
- 3)  $0,36$
- 4)  $36$

6. Quel est l'ensemble des solutions de l'inéquation  $\frac{x+4}{9-x^2} \leq \frac{3}{x-3}$ , où le nombre  $x$  est réel ?

- 1)  $] -\infty; -\frac{13}{4}]$
- 2)  $] -\infty; -\frac{13}{4}] \cup ]3; +\infty[$
- 3)  $[-\frac{13}{4}; -3[ \cup ]3; +\infty[$
- 4)  $[-\frac{13}{4}; -3[ \cup ]3; +\infty[$

7. Si 36 ouvriers mettent 24h pour effectuer un certain travail, combien d'ouvriers faudra-t-il pour faire le même travail en 18 heures (on suppose que le rythme de travail est le même quel que soit le nombre d'ouvriers) ?

- 1) 24
- 2) 27
- 3) 48
- 4) Aucune des réponses précédentes.

8. On réalise une expérience scientifique où la quantité d'un produit augmente de 25% entre le début de l'expérience et la fin de l'expérience. On note  $q$  la quantité initiale du produit et  $Q$  la quantité finale. Quelle est l'expression de  $q$  en fonction de  $Q$  ?

- 1)  $q = \frac{3}{4} Q$
- 2)  $q = \frac{4}{5} Q$
- 3)  $q = \frac{5}{4} Q$
- 4) Aucune des réponses précédentes.

9. Les nombres réels  $x, y, z$  satisfont le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 2x + y - z &= 4 \\ 4x - y + 2z &= -2 \\ 2x + 3y - 2z &= 9. \end{cases}$$

Que vaut  $2x + 3y + z$  ?

- 1) 4
- 2) 6
- 3) 12
- 4) Aucune des réponses proposées.

10. Il y a quatre ans, un père avait le quadruple de l'âge de son fils. Dans dix ans, son âge n'en sera plus que le double. Quelle est actuellement la somme de leurs âges ?

- 1) 35
- 2) 43
- 3) 63
- 4) Cette situation est impossible.

11. On considère trois points  $A, B, C$  du plan donnés par leurs coordonnées dans un repère cartésien :  $A : (1; 2)$ ,  $B : (4; 3)$ ,  $C : (3; 4)$ . On note  $D$  l'intersection de la droite  $d$  parallèle à  $AB$  menée par  $C$  et de la droite  $d'$  parallèle à  $AC$  menée par  $B$ . Quelles sont les coordonnées de  $D$  dans le repère ?

- 1) (6; 7)
- 2) (6; 6)
- 3) (5; 6)
- 4) (6; 5)

12. On considère deux points  $A$  et  $B$  du plan donnés par leurs coordonnées dans un repère orthonormé :  $A : (1; 2)$ ,  $B : (-3; 4)$ . Quelle est l'équation de la médiatrice  $d$  de  $[A, B]$  ?

- 1)  $d \equiv -2x + y - 5 = 0$
- 2)  $d \equiv -2x + y + 5 = 0$
- 3)  $d \equiv 2x + 4y - 10 = 0$
- 4)  $d \equiv 2x + 4y + 10 = 0$

13. Une échelle posée contre un mur vertical et faisant un angle de  $45^\circ$  avec le sol (horizontal) touche le mur à une hauteur de 5 mètres. A quelle hauteur touchera-t-elle le mur si on la place avec un angle de  $60^\circ$  par rapport au sol ? Suggestion : faire deux dessins et calculer d'abord la longueur de l'échelle.

- 1)  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$  mètres
- 2)  $\frac{5\sqrt{6}}{2}$  mètres
- 3)  $\frac{5\sqrt{6}}{3}$  mètres
- 4)  $5\sqrt{6}$  mètres

14. Soit  $ABC$  un triangle tel que la norme de  $\vec{AB}$  est 8, celle de  $\vec{AC}$  est 3. De plus, le produit scalaire  $\vec{AB} \bullet \vec{AC}$  vaut 12. Quelle est la norme de  $\vec{u} = \vec{AB} - 2\vec{AC}$  ?

- 1) 2
- 2)  $\sqrt{52}$
- 3)  $\sqrt{138}$
- 4) 17

15. Soit  $f$  la fonction du premier degré telle que  $f(2) = 3$  et  $f(8) = -9$ . Que vaut  $f(25)$  ?

- 1) -43
- 2) -41
- 3) -39
- 4) -37

16. Que vaut  $\arccos(\cos(\frac{5\pi}{3}))$  ?

- 1)  $\cos(\arccos(\frac{5\pi}{3}))$
- 2)  $\frac{\pi}{3}$
- 3)  $\frac{5\pi}{3}$
- 4) Cette expression n'est pas définie.

17. Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \frac{(x^2+1)(\sqrt{1+x^2}-1)}{(\sqrt{4+x^2}-2)\cos(2x)}$ . Que vaut la limite  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ?

- 1) 2
- 2)  $+\infty$
- 3)  $\frac{0}{0}$
- 4) Elle n'existe pas.

18. On donne les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  par leurs composantes dans un repère orthonormé positif de l'espace :

$$\vec{u} : (2; -1; -2) \quad \text{et} \quad \vec{v} : (-1; 1; 2).$$

Comment le produit vectoriel  $\vec{u} \wedge \vec{v}$  s'exprime-t-il dans ce repère ?

- 1)  $(0; -2; -1)$
  - 2)  $(0; 2; -1)$
  - 3)  $(0; 2; 1)$
  - 4)  $(0; -2; 1)$
19. Soit  $F$  une primitive sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \ln(2+x^4)$ . Parmi les propositions suivantes, une seule est nécessairement correcte, laquelle ?
- 1) La fonction  $F$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ .
  - 2) La fonction  $F$  est strictement décroissante sur  $\mathbb{R}$ .
  - 3) La fonction  $F$  admet un maximum (local) en 0.
  - 4) La fonction  $F$  admet un minimum (local) en 0.
20. Parmi les expressions suivantes, quelle est celle de la dérivée  $f'$  de la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = x^3 \ln(x^2)$  ?
- 1)  $x(3x \ln(x^2) + 1)$
  - 2)  $x^2(3 \ln(x^2) + 2)$
  - 3)  $x^2(3 \ln(x^2) + 2x)$
  - 4)  $3x^2 \ln(x^2) + 2$
21. Que vaut l'intégrale  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(x) \sin^3(x) dx$  ?
- 1)  $-\frac{1}{16}$
  - 2)  $\frac{1}{16}$
  - 3)  $\frac{1}{4}$
  - 4) Aucune des réponses précédentes.
22. On considère l'équation  $\log_3(-x^2 + 4x + 20) - \log_3(x^2 - x - 2) = \log_3(2)$  (où  $x$  est un nombre réel). Quelle est l'unique proposition correcte à propos de son ensemble de solutions ?
- 1) Elle admet une seule solution et celle-ci appartient à l'intervalle  $]0; 20[$
  - 2) Elle admet une seule solution et celle-ci appartient à l'intervalle  $] -20; 0[$
  - 3) Elle admet deux solutions dont le produit est  $-8$ .
  - 4) Elle admet deux solutions dont le produit est  $8$ .

23. Soit  $f$  la fonction du second degré qui admet un minimum en  $x = 2$ , et telle que  $f(0) = -6$  et  $f(-1) = 4$ . Que vaut  $f(10)$  ?

- 1) 108
- 2) 112
- 3) 116
- 4) Aucune des réponses précédentes.

24. Soit un triangle  $ABC$  tel que le côté  $[A, B]$  est de longueur 4,  $[A, C]$  est de longueur 3 et  $[B, C]$  de longueur  $\sqrt{37}$ . Quelle est l'amplitude de  $\widehat{BAC}$  ?

- 1)  $60^\circ$
- 2)  $120^\circ$
- 3)  $150^\circ$
- 4) Aucune des réponses précédentes.

25. Que vaut la primitive  $\int \ln(x^2) dx$ , à une constante près, et sur  $]0, +\infty[$  ?

- 1)  $-2x + \ln(x^2)$
- 2)  $2x - x \ln(x^2)$
- 3)  $-2x + x \ln(x^2)$
- 4) Aucune des réponses précédentes.