

REPRÉSENTATION MINIMALE DE $O(p+1, q+1)$ ET SYMÉTRIES DU LAPLACIEN

J.-P. MICHEL

Nous supposons que $p, q \geq 1$.

La représentation minimale de $O(p+1, q+1)$ est la représentation unitaire irréductible associée à son orbite nilpotente minimale \mathcal{O}_0 . Elle ne peut pas être obtenue par la méthode des orbites de Kirillov, \mathcal{O}_0 n'admettant pas de polarisation invariante. Cependant, on sait depuis A. Joseph qu'elle est unique (à isomorphisme près), car il existe un unique idéal complètement premier dans $\mathfrak{U}(\mathfrak{o}(p+1, +q+1))$ de variété caractéristique \mathcal{O}_0 , il est appelé idéal de Joseph [5]. Elle a été construite par B. Binengar et R. Zierau [2] puis largement étudiée par T. Kobayashi et B. Ørsted [6].

Nous proposons ici une nouvelle méthode pour obtenir la représentation minimale de $O(p+1, q+1)$ [7], basée sur la quantification conformément équivariante (QCE) [3]. Nous décrivons l'orbite minimale nilpotente \mathcal{O}_0 comme une réduction symplectique de $T^*(\mathbb{S}^p \times \mathbb{S}^q)$ par le flot géodésique conforme, et montrons, via la QCE, que la réduction correspondente dans l'espace des opérateurs différentiels sur $\mathbb{S}^p \times \mathbb{S}^q$ conduit aux *Higher Symmetries of Laplacian* étudiées par M. Eastwood [4]. Ces dernières forment la représentation cherchée, et réalisent le star-produit gradué invariant de \mathcal{O}_0 introduit par Arnal-Benamor-Cortet [1].

RÉFÉRENCES

- [1] D. Arnal, H. Benamor, and B. Cahen. Algebraic deformation program on minimal nilpotent orbit. *Lett. Math. Phys.*, 30(3) :241–250, 1994.
- [2] B. Binengar and R. Zierau. Unitarization of a singular representation of $SO(p, q)$. *Comm. Math. Phys.*, 138(2) :245–258, 1991.
- [3] C. Duval, P. B. A. Lecomte, and V. Yu. Ovsienko. Conformally equivariant quantization : existence and uniqueness. *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)*, 49(6) :1999–2029, 1999.
- [4] M. G. Eastwood. Higher symmetries of the Laplacian. *Ann. of Math. (2)*, 161(3) :1645–1665, 2005.
- [5] A. Joseph. The minimal orbit in a simple Lie algebra and its associated maximal ideal. *Ann. Sci. École Norm. Sup. (4)*, 9(1) :1–29, 1976.
- [6] T. Kobayashi and B. Ørsted. Analysis on the minimal representation of $O(p, q)$. I. Realization via conformal geometry. *Adv. Math.*, 180(2) :486–512, 2003.
- [7] J.-Ph. Michel. Higher symmetries of Laplacian via quantization. *arXiv :1107.5840*, 2011.

UNIVERSITY OF LUXEMBOURG, CAMPUS KIRCHBERG, MATHEMATICS RESEARCH UNIT, 6, RUE RICHARD COUDENHOVE-KALERGI, L-1359 LUXEMBOURG CITY, GRAND DUCHY OF LUXEMBOURG
E-mail address: jean-philippe.michel@uni.lu